



Universitat Autònoma de Barcelona

# Documents de treball

**Opción de Responsabilidad Limitada y  
Opción de Abandonar: Una Integración  
para el Análisis del Coste de Capital.**

Neus Orgaz.

Document de treball nº 2001/6

Departament d'economia de l'empresa



© Neus Orgaz.

*Coordinador documents de treball:*

Pere Ortín Ángel

<http://selene.uab.es/dep-economia-empresa/document.htm>

e-mail: [Pere.Ortin@uab.es](mailto:Pere.Ortin@uab.es)

Telèfon: 93 581451

*Edita:*

Departament d'economia de l'empresa

<http://selene.uab.es/dep-economia-empresa/>

Universitat Autònoma de Barcelona

Facultat de Ciències Econòmiques i Empresariales

Edifici B

08193-Bellaterra (Barcelona), Spain

Tel. 93 5811209

Fax 93 5812555

## **Opción de Responsabilidad Limitada y Opción de Abandonar: Una Integración para el Análisis del Coste de Capital.**

Neus Orgaz.

Document de treball nº 2001/6

La serie *documents de treball d'economia de l'empresa* presenta los avances y resultados de investigaciones en curso que han sido presentadas y discutidas en este departamento, no obstante las opiniones son responsabilidad de los autores. El documento no debe ser reproducido total ni parcialmente sin el consentimiento del autor o autores. Dirigir los comentarios y sugerencias directamente al autor, cuya dirección aparece en la página siguiente.

A Working Paper in the *documents de treball d'economia de l'empresa* series is intended as a mean whereby a faculty researcher's thoughts and findings may be communicated to interested readers for their comments. Nevertheless, the ideas put forwards are responsibility of the author. Accordingly a Working Paper should not be quoted nor the data referred to without the written consent of the author. Please, direct your comments and suggestions to the author, which address shows up in the next page.

# **OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA Y OPCIÓN DE ABANDONAR: UNA INTEGRACIÓN PARA EL ANÁLISIS DEL COSTE DE CAPITAL.**

**Neus Orgaz Guerrero<sup>1</sup>**

**Departament d'Economia de l'Empresa  
Universitat Autònoma de Barcelona**

Versión Junio 2001

## **RESUMEN**

El objetivo de este documento es formalizar el valor de las acciones de una empresa endeudada, la responsabilidad limitada de los accionistas de una sociedad anónima y la rentabilidad exigida en un horizonte perpetuo, aplicando la teoría de opciones.

El modelo que se elabora parte del establecido por Fisher Black y Myron Scholes en 1973 sobre el valor de las acciones de una empresa endeudada en un horizonte monoperiódico. En este modelo se encuentra un problema: la limitación del horizonte a un solo período.

El modelo que se desarrolla en este documento, se basa en que el horizonte de la empresa es, en principio, ilimitado, y es frecuente que se mantenga un determinado grado de endeudamiento a lo largo de su vida. Es decir, se considera el endeudamiento de la empresa de horizonte perpetuo. Como consecuencia, los accionistas pueden declarar la quiebra en cualquier momento independientemente del vencimiento de la deuda, dejando la empresa en manos de los acreedores.

Basándose en este modelo de horizonte perpetuo, se introduce la opción de abandonar. Se utiliza el valor de venta que tiene el activo de la empresa en el mercado, los accionistas lo comparan con el valor de las deudas, y deciden si es más rentable seguir con la empresa o vender los elementos del activo en el mercado.

Para la valoración, se utiliza la fórmula deducida por Merton (1990) de la opción de venta americana perpetua. También se utiliza las opciones de barrera. Una vez valorada la responsabilidad limitada de los accionistas en un horizonte perpetuo, se puede calcular el interés efectivo en condiciones de riesgo.

**Palabras clave:** Valoración de acciones-coste de financiación-opciones de barrera-valoración de la responsabilidad limitada-opción de abandonar.

**Dirección:** Neus Orgaz Guerrero  
Departament d'Economia de l'Empresa  
Universitat Autònoma de Barcelona  
08193 Bellaterra (Barcelona)  
Tel.: 93 581 12 09 Fax: 93 581 25 55  
E-mail: [Neus.Orgaz@uab.es](mailto:Neus.Orgaz@uab.es)

---

<sup>1</sup> Este documento forma parte de la tesis de la doctorando, dirigida por el Dr. Joan Montllor y la Dra. María Antonia Tarrazón.

# 1. LAS ACCIONES COMO UNA OPCIÓN DE COMPRA: LA PROPUESTA DE BLACK Y SCHOLES

## 1.1 Las acciones como una opción de compra en un horizonte monoperiódico

Como es bien conocido, Black y Scholes (1973) interpretan las acciones de una empresa endeudada a un horizonte monoperiódico como una *opción de compra europea* sobre su activo con un precio de ejercicio igual al pago prometido a los acreedores. Según esta propuesta, que se fundamenta en la limitación de responsabilidad de los accionistas, el endeudamiento de la empresa equivale a una situación en la que los acreedores adquieren su activo y los accionistas tienen la opción de readquirirlo pagando la deuda y los intereses devengados.

Al final del período podemos hallarnos ante uno de los dos siguientes escenarios:

(I) El activo de la empresa es igual o superior al valor de la deuda.

Si al final del período el valor del activo es superior al valor de la deuda, los accionistas ejercitan la opción de compra, es decir, los accionistas pagan su deuda a los acreedores y readquieren el activo.

(II) El activo de la empresa es inferior al valor de la deuda.

Si al final del período el valor del activo es inferior al valor de la deuda, los accionistas no ejercitan su opción de compra. Los accionistas declaran la quiebra y, por tanto pierden sus derechos. Los acreedores quedan como propietarios del activo y asumen el control de la empresa.

El cuadro nº1 expresa la riqueza final que obtienen los accionistas de la empresa endeudada. En la situación (I) los accionistas obtienen la diferencia entre el activo y la deuda como valor final. En la situación (II), que corresponde a la quiebra, los accionistas deben conformarse con un valor final igual a cero.

El significado de los símbolos utilizados es el siguiente:

$A_t$  = valor del activo en el momento  $t$ .

$DN_t$  = valor de la deuda nominal en el momento  $t$ .

$r$  = tipo de interés libre de riesgo.

$DN(1+r)$  = precio de ejercicio de la opción igual al pago prometido a los acreedores.

OC = opción de compra.

OV = opción de venta.

**CUADRO N°1: VALOR FINAL DE LAS ACCIONES DE UNA EMPRESA ENDEUDADA.**

	(I)	(II)
	$A_1 \geq DN(1+r)$	$A_1 < DN(1+r)$
<b>ACCIONES (OC)</b>	$A_1 - DN(1+r)$	0
<b>VALOR FINAL</b>	$A_1 - DN(1+r)$	0

En el cuadro n°2 se expresa la posición de los acreedores de una empresa endeudada, es decir, el valor final de sus deudas. En la situación (I) los acreedores reciben el valor de la deuda. En la situación (II) reciben el activo, es decir, los acreedores deben quedarse con el valor del activo por haber quebrado la empresa y no consiguen, por tanto, cobrar el total de su capital e intereses.

**CUADRO N°2: VALOR FINAL DE LAS DEUDAS**

	(I)	(II)
	$A_1 \geq DN(1+r)$	$A_1 < DN(1+r)$
<b>ACTIVO</b>	$A_1$	$A_1$
<b>-OC<sub>1</sub></b>	$-(A_1 - DN(1+r))$	0
<b>VALOR FINAL</b>	$DN(1+r)$	$A_1$

### 1.2 La opción de responsabilidad limitada en un horizonte monopериódico

El modelo básico de Black y Scholes puede completarse a partir de la ecuación fundamental de las opciones europeas o relación de paridad entre opción de compra y opción de venta.

La relación que establece esta ecuación es la siguiente:

Valor del activo					Valor actual
sobre el que se	+	Opción de	=	Opción de	+ del precio de
establece la opción		venta		compra	ejercicio

A través de esta ecuación podemos comprobar, siguiendo a Merton, que la opción de venta refleja la responsabilidad limitada de las sociedades anónimas<sup>2</sup>, es decir

<sup>2</sup> *Journal of Finance*, 29, Mayo 1974, pág.449-70. También en Merton (1990) *Continuous Time Finance*, pág. 388-412.

Activo de la empresa + ORL = Acciones + Valor actual de la deuda.

La opción de responsabilidad limitada (ORL) es equivalente a una *opción de venta europea* sobre el activo con un precio de ejercicio igual al pago prometido a los acreedores. Puede por tanto decirse que los accionistas de la empresa poseen el activo, están obligados al pago de la deuda, y además, son propietarios de la opción de responsabilidad limitada.

$$\text{Acciones} = \text{Activo} - \text{Deudas} + \text{Opción de responsabilidad limitada}$$

Analicemos los escenarios de continuidad de la empresa (I) y quiebra (II) a partir de la opción de responsabilidad limitada.

(I) El activo de la empresa es igual o superior al valor de la deuda.

Si al final del período el valor del activo es superior al de la deuda, la opción de responsabilidad limitada no se ejerce, de modo que los accionistas deciden pagar su deuda.

(II) El activo de la empresa es inferior al valor de la deuda.

Si el valor del activo es inferior al valor de la deuda, los accionistas ejercitan la opción de responsabilidad limitada. Los acreedores quieren cobrar la deuda, pero, como existe la opción de responsabilidad limitada, se encuentran en la posición de vendedores de una opción de venta, que les obliga a comprar el activo a cambio de la deuda, es decir, reciben el valor del activo, cuyo valor es inferior a la deuda.

Los cuadros nº3 y nº4 expresan el valor final de las acciones y las deudas de una empresa con responsabilidad limitada a partir de la opción de responsabilidad limitada.

### CUADRO Nº3: VALOR FINAL DE LAS ACCIONES DE UNA EMPRESA ENDEUDADA.

	(I)	(II)
	$A_1 \geq DN(1+r)$	$A_1 < DN(1+r)$
<b>ACTIVO</b>	$A_1$	$A_1$
<b>-DEUDAS sin limitación de responsabilidad</b>	$-DN(1+r)$	$-DN(1+r)$
<b>+ORL</b>	0	$DN(1+r) - A_1$
<b>VALOR FINAL</b>	$A_1 - DN(1+r)$	0

#### CUADRO N°4: VALOR FINAL DE LAS DEUDAS

	(I)	(II)
	$A_1 \geq DN(1+r)$	$A_1 < DN(1+r)$
<b>DEUDAS sin limitación de responsabilidad</b>	$DN(1+r)$	$DN(1+r)$
<b>-ORL</b>	0	$-(DN(1+r)-A_1)$
<b>VALOR FINAL</b>	$DN(1+r)$	$A_1$

Este modelo plantea dos problemas: la limitación del horizonte a un solo período y la concepción de la responsabilidad limitada como una opción europea. En consecuencia, la quiebra sólo puede declararse al final del período, lo que implica, por una parte, ignorar la posibilidad de declarar la quiebra antes del final del período y, por otra, ignorar el efecto del vencimiento total o parcial de las deudas a un horizonte superior.

## 2. LA OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA EN UN HORIZONTE PERPETUO

### 2.1 La opción de responsabilidad limitada en un horizonte perpetuo

Iniciamos la ampliación del modelo de Black y Scholes a partir de la opción de responsabilidad limitada. El horizonte de la vida de una empresa es, en principio, indefinido, y los accionistas pueden declarar la quiebra, es decir, ejercer la opción de responsabilidad limitada, en cualquier momento dejando la empresa en manos de los acreedores. En esta primera aproximación consideramos que el endeudamiento de la empresa es de horizonte perpetuo y (posteriormente ampliaremos el modelo para incorporar vencimientos a diversos plazos). Nuestro propósito es construir un modelo en el que *la quiebra se produce como consecuencia de una crisis en la capacidad de la empresa para generar valor y no como consecuencia de una crisis de liquidez*.

Para comenzar la ampliación del modelo de Black y Scholes, proponemos asimilar el derecho de responsabilidad limitada de los accionistas a una *opción de venta americana* de horizonte perpetuo sobre el activo de la empresa con un precio de ejercicio igual al pago prometido a los acreedores.

En este modelo se mantiene la propuesta de Black y Scholes sobre la posición de los accionistas, que se concreta en:

- 1) ser propietarios del activo;
- 2) deuda personal con responsabilidad ilimitada; y



- 3) ser propietarios de una opción de venta que recoge la limitación de responsabilidad (opción de responsabilidad limitada).

Suponemos, además, que el tipo de interés es continuo, pagando los accionistas los intereses correspondientes, y manteniéndose la deuda nominal constante.

Se sustituye, en consecuencia, el endeudamiento empresarial por el endeudamiento personal con opción de responsabilidad limitada incorporada. Salvo en caso de quiebra, los accionistas pagan los intereses obteniendo la misma cantidad en forma de beneficios. Esta situación puede formalizarse mediante los siguientes contratos:

- (1) Los accionistas adquieren acciones de la empresa por un importe igual a la deuda nominal. Esta operación es la consecuencia lógica de la sustitución de la deuda empresarial por la deuda personal.
- (2) Los accionistas se endeudan personalmente por este importe.
- (3) Los accionistas adquieren la opción de responsabilidad limitada que es emitida por los acreedores.

Si los accionistas deciden no continuar pagando los intereses, deben proceder a declarar la quiebra. Por tanto, en este nuevo modelo, la deuda de los accionistas consta del compromiso de pagar los intereses y del derecho de declarar la quiebra, lo cual nuevamente tiene lugar cuando el valor del activo es inferior al valor de las deudas.

La opción de responsabilidad limitada puede valorarse aplicando la fórmula de la opción de venta americana perpetua deducida por Merton (1990, pág.300), cuya expresión <sup>3</sup>es:

$$ORL = \left[ \frac{DN}{1+g} \right] \cdot \left[ \frac{(1+g) \cdot A}{g \cdot DN} \right]^{-g} \quad (1)$$

Donde:

DN = precio de ejercicio, es decir, valor de la deuda nominal

A = valor del activo subyacente, es decir, valor del activo de la empresa.

r = tipo de interés libre de riesgo.

$\sigma$  = desviación típica de la rentabilidad del activo.

y siendo

$$g = \frac{2r}{\sigma^2} \quad (2)$$

---

<sup>3</sup> La notación original de Merton para la opción de venta americana perpetua es:  $G = \left[ \frac{E}{1+g} \right] \left[ \frac{(1+g)S}{g \cdot E} \right]^{-g}$

siendo S el valor del activo subyacente y E el precio de ejercicio.

Multiplicando y dividiendo por el valor del activo y denominando  $d$  a la relación entre el valor nominal del endeudamiento y el valor del activo (DN/A), (1) toma la siguiente expresión:

$$ORL = A \cdot \left[ \frac{d}{1+g} \right] \cdot \left[ \frac{1+g}{g \cdot d} \right]^{-g} \quad (3)$$

y, normalizando para  $A = 1$ , tenemos:

$$orl = \left[ \frac{d}{1+g} \right] \cdot \left[ \frac{1+g}{g \cdot d} \right]^{-g} \quad (4)$$

## 2.2 El ejercicio de la opción de responsabilidad limitada en un horizonte perpetuo: la declaración de quiebra.

Merton (1990, pág.299) determina el valor máximo del activo subyacente que justifica un ejercicio anticipado:

$$C^* = \frac{g \cdot E}{1+g} \quad (5)$$

Donde  $C^*$  significa, el máximo valor del activo que justifica el ejercicio anticipado de la opción.

Aplicando este resultado a nuestro caso, (5) podemos decir que el valor máximo del activo de la empresa que justifica el ejercicio anticipado de la opción de responsabilidad limitada, es:

$$A^* = \frac{g \cdot DN}{1+g} \quad (6)$$

Veamos cual es el valor de la opción de responsabilidad limitada en el caso de ejercicio anticipado.

Sustituyendo (6) en (1) obtenemos tras unas sencillas operaciones <sup>4</sup>:

$$ORL^* = \frac{DN}{1+g} \quad (7)$$

El resultado que acabamos de obtener es coherente con el hecho de que el valor de las acciones en el caso de quiebra es cero. Supongamos que el valor del activo se sitúa en aquella cantidad que induce a declarar la quiebra expresada en (6). Entonces, el valor de la opción de responsabilidad limitada se sitúa en el valor indicado en (7), siendo la suma de los valores del activo y la opción de responsabilidad limitada igual a la deuda nominal:

$$\frac{g \cdot DN}{1+g} + \frac{DN}{1+g} = DN \quad (8)$$

por lo que el valor de las acciones, formado por la suma de los valores del activo y la opción de responsabilidad limitada menos el valor de las deudas, resulta igual a cero:

$$S^* = 0 \quad (9)$$

Observemos cuál es la posición de los acreedores en caso de quiebra. Cuando se produce una situación de quiebra, donde los accionistas han ejercitado su opción de responsabilidad limitada, los acreedores, por su posición de vendedores de la opción de responsabilidad limitada, están obligados a adquirir el activo a cambio de las deudas. Reciben, pues, un activo cuyo valor máximo es  $A^*$  y, por tanto, teniendo en cuenta (6), puede decirse que experimentan la siguiente pérdida mínima:

$$\frac{g \cdot DN}{1+g} - DN = -DN \frac{1}{1+g} \quad (10)$$

---

<sup>4</sup>  $\left[ \frac{D}{(1+g)} \right] \left[ \frac{(1+g) \cdot A}{g \cdot DN} \right]^{-g} = \left[ \frac{DN}{(1+g)} \right] \left[ \frac{(1+g) \frac{gDN}{(1+g)}}{g \cdot DN} \right]^{-g} = \frac{DN}{(1+g)}$

cuyo valor coincide con el valor de la opción de responsabilidad limitada según (7), es decir, la pérdida que experimentan los acreedores en caso de quiebra es igual al valor de la opción de responsabilidad limitada cuando se ejercita anticipadamente, lo cual refleja el hecho de que la pérdida que experimenta el vendedor de una opción que se ejercita en su vencimiento es precisamente igual al valor de la opción en el vencimiento.

### 2.3 El valor de las acciones y las deudas a partir de la opción de responsabilidad limitada de horizonte perpetuo

En los cuadros nº5 y nº6 se reflejan los valores de las acciones y las deudas en este modelo de opción de responsabilidad limitada perpetua.

Podemos hallarnos ante una de las tres siguientes situaciones:

(I)El valor del activo es **superior** al valor máximo del activo para que la empresa se declare en quiebra.

(II)El valor del activo es **igual** al valor máximo del activo para que la empresa se declare en quiebra.

(III)El valor del activo es **inferior** al valor máximo del activo para que la empresa se declare en quiebra.

#### CUADRO Nº5: VALOR DE LAS ACCIONES DE UNA EMPRESA ENDEUDADA.

	(I)	(II)	(III)
	$A_t > \frac{g \cdot DN}{1+g}$	$A_t = \frac{g \cdot DN}{1+g}$	$A_t < \frac{g \cdot DN}{1+g}$
<b>ACTIVO</b>	$A_t$	$\frac{g \cdot DN}{1+g}$	$A_t$
<b>-DEUDAS</b>	-DN	-DN	-DN
<b>+ORL</b>	ORL <sup>5</sup>	$\frac{DN}{1+g}$ <sup>6</sup>	DN- $A_t$
<b>VALOR ACCIONES</b>	$A_t - DN + ORL$	0	0

En el cuadro nº5 podemos comprobar que en la situación I, en la que la empresa mantiene su evolución normal, los accionistas mantienen su posición, es decir, son

<sup>5</sup> Expresión (1): valor de la ORL sin ejercitar.

<sup>6</sup> Expresión(7): valor de la ORL cuando se ejercita anticipadamente. Este mismo resultado se obtiene a partir del valor de una opción cuando se ejercita: DN- $A_t$ .

propietarios del activo, mantienen la deuda, (con lo cual continuarán pagando los intereses), y tienen el derecho de responsabilidad limitada.

Cuando el valor del activo es igual al valor máximo que justifica la declaración de quiebra (situación II), los accionistas ejercitan su opción de responsabilidad limitada, declaran la quiebra y el valor de sus acciones resulta igual a cero.

La situación III nunca se dará en un contexto eficiente, ya que se habrá declarado la quiebra cuando el valor del activo sea máximo (situación II).

#### CUADRO N°6: VALOR DE LAS DEUDAS.

	(I)	(II)	(III)
	$A_t > \frac{g \cdot DN}{1+g}$	$A_t = \frac{g \cdot DN}{1+g}$	$A_t < \frac{g \cdot DN}{1+g}$
<b>DEUDA</b>	DN	DN	DN
<b>-ORL</b>	ORL	$\frac{g \cdot DN}{1+g} - D$	$A_t - DN$
<b>VALOR</b>	DN-ORL	$\frac{g \cdot DN}{1+g}$	$A_t$

En el cuadro n°6 se expresa el valor que obtienen los acreedores cuando se declara la quiebra (columna del centro) en el valor exacto del activo (valor máximo del activo) que la justifica, observándose que los acreedores obtienen el valor del activo que es inferior a las deudas. Lo mismo ocurre en la situación III, donde también reciben el valor del activo en el momento  $t$ , siendo este inferior al del caso anterior. En la situación I mantiene el valor de la deuda.

### 3. LAS ACCIONES COMO UNA OPCIÓN DE COMPRA PERPETUA Y DE BARRERA

Puede justificarse que la suma del valor del activo con la opción de responsabilidad limitada equivale a una *opción de compra americana perpetua* sobre el activo con una barrera inferior de salida igual al valor máximo del activo en el que se declara la quiebra y una compensación (“rebate”) igual al valor de la deuda. Por tanto, las acciones pueden concebirse como la suma algebraica de esta opción de compra perpetua y de barrera con el endeudamiento personal de los accionistas en condiciones de responsabilidad ilimitada.

Veamos el mecanismo que establece esta opción: cuando el activo alcanza el valor de la barrera y se produce la situación de quiebra, la opción desaparece. Por su parte, la compensación permite a los accionistas eliminar su endeudamiento personal, es decir, los

accionistas pierden sus derechos sobre el activo y reciben una cantidad que les permite saldar sus deudas con los acreedores. En consecuencia, el valor de las acciones resulta igual a cero.

La igualdad:

Opción de barrera con compensación = Activo + ORL

se demuestra fácilmente a partir del momento en que a su vez se ha demostrado que la opción de barrera perpetua, que incluye una compensación igual al valor de las deudas, resulta a su vez igual a la siguiente expresión:

$$OPB = A + \frac{DN}{1+g} \cdot \left[ \frac{A \cdot (1+g)}{g \cdot DN} \right]^{-g} \quad (11)$$

donde basta observar que el primer sumando es el valor del activo y el segundo sumando el valor de la opción de responsabilidad limitada

#### 4. EL COSTE DEL ENDEUDAMIENTO EN UN HORIZONTE PERPETUO

##### 4.1 El coste del endeudamiento en un horizonte perpetuo

El valor de la opción de responsabilidad limitada que los acreedores venden a los accionistas permite calcular el interés efectivo en condiciones de riesgo. Teniendo en cuenta que consideramos un horizonte perpetuo, podemos escribir:

$$k(DN-ORL) = r \cdot DN \quad (12)$$

siendo

(DN-ORL) = cifra que la empresa recibe de los acreedores (deuda efectiva)

DN r = interés a pagar a los acreedores

k = tipo de interés efectivo que incluye la prima por el riesgo.

r = tipo de interés libre de riesgo

Por lo tanto, el coste del endeudamiento es:

$$k = r \cdot \frac{DN}{(DN - ORL)} \quad (13)$$

Es decir,

$$k = r \cdot \frac{1}{1 - \frac{ORL}{DN}} \quad (14)$$

A partir de esta expresión, sustituyendo la opción de responsabilidad limitada por su valor según (1) y teniendo en cuenta que según (2)

$$g = \frac{2r}{s^2}$$

Llegamos a:

$$k = r \cdot \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{2r}{s^2}} \left[ \frac{1 + \frac{2r}{s^2}}{\frac{2r}{s^2} d} \right]^{\frac{2r}{s^2}}} \quad (15)$$

Donde el coeficiente de endeudamiento  $d$  se define como:

$$d = \frac{DN}{A} \quad (16)$$

## 5. COMPARACIÓN DEL MODELO MONOPERIÓDICO CON EL MODELO PERPETUO: LA DECLARACIÓN DE QUIEBRA.

En el modelo monoperiódico los accionistas declaran la quiebra si al final del período el valor del activo es inferior o igual al pago prometido a los acreedores.

Es decir, los accionistas ejercitan la opción de responsabilidad limitada si en  $t=1$ :

$$A_1 \leq DN \cdot (1+r) \quad (17)$$

Mientras que en el modelo perpetuo los accionistas declaran la quiebra en aquel momento, coincidente o no con el final del período, en que el activo se sitúa en un valor inferior o igual al siguiente:

$$A^* = \frac{g \cdot DN}{1+g} \quad (18)$$

Según el modelo perpetuo, puede darse el caso de que la declaración de quiebra se produzca antes de finalizar el ejercicio, circunstancia no recogida en el modelo monoperiódico de opción europea.

Supongamos que la quiebra no se ha producido antes de final de ejercicio y comparemos ambos modelos en este momento. Para facilitar esta comparación introducimos la hipótesis de que el pago de los intereses del modelo perpetuo se ha aplazado hasta el final del período, con lo que la deuda nominal en este momento es:

$$DN_1 = DN (1+r) \quad (19)$$

Por tanto, teniendo en cuenta esta hipótesis, según el modelo perpetuo se declarará la quiebra si el valor de activo resulta igual o menor a:

$$\frac{g}{1+g} DN(1+r) \quad (20)$$

importe que, teniendo en cuenta el signo positivo del coeficiente  $\gamma$ , resulta inferior al valor del activo para el que se declara la quiebra en el modelo monoperiódico:

$$\frac{g}{1+g} DN(1+r) < DN(1+r) \quad (21)$$

Se observa, a continuación, que la diferencia entre ambos valores es exactamente el valor de la opción de responsabilidad limitada perpetua en caso de quiebra, teniendo en cuenta la hipótesis de aplazamiento del pago de intereses que acabamos de introducir:

$$DN(1+r) - \frac{g}{1+g} DN(1+r) = \frac{DN(1+r)}{1+g} \quad (22)$$



Puede concluirse a partir de aquí que el carácter perpetuo de la opción de responsabilidad limitada es un estímulo para la continuidad de la empresa.

## 6. OPCIÓN DE RESPONSABILIDAD LIMITADA, OPCIÓN DE ABANDONAR Y RENTABILIDAD EXIGIDA EN UN HORIZONTE PERPETUO

### 6.1 La opción de abandonar: concepto y valoración

Como hemos visto, la opción de responsabilidad limitada conduce a relacionar el valor de mercado del activo, es decir, el valor del activo en funcionamiento con la cifra de endeudamiento. No debemos, sin embargo, olvidar que el activo tiene asimismo un valor de liquidación que consiste en la cifra que puede obtenerse vendiendo en el mercado los elementos que integran el activo. La incidencia del valor de liquidación del activo en la opción de responsabilidad limitada y, por ende, en el coste del endeudamiento puede introducirse por medio de la opción de abandonar.

Entendemos por opción de abandonar la capacidad que tienen los accionistas para decidir el cese de las actividades de la empresa y vender los elementos de su activo en el mercado para proceder con su importe a liquidar las deudas y distribuir a continuación el remanente.

Suponiendo que el valor de liquidación se mantiene constante a lo largo del tiempo, la opción de abandonar puede concebirse como una *opción de venta americana perpetua* cuyo activo subyacente es el activo de la empresa y cuyo precio de ejercicio es el valor de liquidación.

Esta opción puede valorarse mediante la fórmula de Merton que anteriormente hemos aplicado a la opción de responsabilidad limitada. Designando el valor de liquidación por VL, podemos escribir:

$$OA = \left[ \frac{VL}{1+g} \right] \cdot \left[ \frac{A \cdot (1+g)}{g \cdot VL} \right]^{-g} \quad (23)$$

Denominando  $v$  a la relación entre el valor de liquidación y el valor del activo y, multiplicando y dividiendo la anterior expresión por el valor del activo, y normalizando para  $A=1$ , podemos escribir:

$$oa = \left[ \frac{v}{1+g} \right] \cdot \left[ \frac{1+g}{g \cdot v} \right]^{-g} \quad (24)$$

## 6.2 La opción de abandonar en la empresa financiada exclusivamente con fondos propios

Consideramos en primer lugar el caso en que la empresa se financia exclusivamente con fondos propios. Aplicando nuevamente los resultados de Merton, obtenemos  $A^{**}$  como valor máximo del activo de la empresa que justifica el ejercicio de la opción de abandonar:

$$A^{**} = \frac{g \cdot VL}{1 + g} \quad (25)$$

Siendo el valor de la opción de abandonar en este caso:

$$OA^* = \frac{VL}{1 + g} \quad (26)$$

A partir de estas ecuaciones (25) y (26), se demuestra que en caso de ejercicio de la opción de abandonar, es decir, cuando  $A = A^{**}$  y  $OA = OA^*$ , el valor de liquidación coincide con la suma del valor de mercado del activo y el valor de esta opción.

$$VL^* = A^{**} + OA^* \quad (27)$$

La posición de los accionistas, se concreta en:

- 1) ser propietarios del activo; y
- 2) ser propietarios de una opción de venta perpetua que recoge la posibilidad de abandonar la empresa (opción de abandonar).

Los accionistas se pueden hallar en una de las tres siguientes situaciones:

- (I) Valor real del activo de la empresa **superior** al valor del activo que justifica el ejercicio de la opción de abandonar:  $A_t > A^{**}$
- (II) Valor real del activo de la empresa **igual** al valor del activo que justifica el ejercicio de la opción de abandonar:  $A_t = A^{**}$
- (III) Valor real del activo de la empresa **inferior** al valor del activo que justifica el ejercicio de la opción de abandonar:  $A_t < A^{**}$

Los resultados que se obtienen en cada escenario están expuestos en el cuadro n°7.

### CUADRO N°7: VALOR DE LAS ACCIONES

	(I)	(II)	(III)
	$A_t > \frac{g \cdot VL}{1+g}$	$A_t = \frac{g \cdot VL}{1+g}$	$A_t < \frac{g \cdot VL}{1+g}$
<b>ACTIVO</b>	$A_t$	$\frac{g \cdot VL}{1+g}$	$A_t$
<b>+OPCIÓN DE ABANDONAR</b>	+OA	$\frac{VL}{1+g}$	$VL - A_t$
<b>VALOR ACCIONES</b>	$A_t + OA$	$VL$	$VL$

En la situación (I) la empresa sigue en funcionamiento. Los accionistas no ejercitan su opción de venta, mantienen su posición, es decir, son propietarios del activo y de la opción de abandonar.

En la situación (II), los accionistas deciden que es más rentable vender los elementos del activos en el mercado que seguir en funcionamiento. Es decir, ejercitan la opción de abandonar, venden el activo y reciben el valor de liquidación.

La situación (III) nunca debería darse en un contexto de eficiencia, puesto que la opción de abandonar ya se habrá ejercido en la situación (II).

### 6.3 Opción de responsabilidad limitada y opción de abandonar

Consideramos, en este punto, el caso en que la empresa se financia con fondos propios y endeudamiento. La opción de abandonar forma parte de la opción de responsabilidad limitada, es decir, el derecho de responsabilidad limitada de los accionistas consiste en una opción de venta americana de horizonte perpetuo con un activo subyacente formado por la suma del activo de la empresa y la opción de abandonar, pues ambos pasaran a ser propiedad de los acreedores si los accionistas ejercitan su derecho de responsabilidad limitada. El precio de ejercicio continúa siendo igual al pago prometido a los acreedores.

Podemos hallarnos en dos de las siguientes situaciones:

#### (I) VALOR DE LIQUIDACIÓN SUPERIOR AL VALOR DE LA DEUDA (VL > DN).

Si el valor de liquidación es superior al valor de la deuda nominal, entonces el valor del activo que justifica ejercitar la opción de abandonar es superior al valor del activo que

justifica la quiebra. Es decir, los accionistas ejercitarán la opción de abandonar antes de que se llegue a la situación de quiebra.

La cifra que los accionistas obtienen por la venta del activo en el mercado es superior al valor de la deuda nominal. Se trata de una situación con endeudamiento sin riesgo, pues vendiendo los activos puede obtenerse la cifra necesaria para pagar las deudas. Recuérdese que, en este modelo, el pago de intereses es constante.

Como consecuencia del endeudamiento sin riesgo, el valor de la opción de responsabilidad limitada es igual a cero ( $ORL=0$ ).

Dentro de este escenario, los accionistas a su vez se pueden hallar en una de estas tres situaciones:

- (I) Valor real del activo **superior** al valor del activo que justifica el ejercicio de la opción de abandonar. ( $A_t > A^{**}$ )
- (II) Valor real del activo **igual** al valor del activo que justifica el ejercicio de la opción de abandonar. ( $A_t = A^{**}$ )
- (III) Valor real del activo **inferior** al valor del activo que justifica el ejercicio de la opción de abandonar. ( $A_t < A^{**}$ )

En el cuadro nº8, observamos el valor de las acciones en los tres casos que acabamos de señalar.

**CUADRO Nº 8: VALOR DE LAS ACCIONES DE UNA EMPRESA ENDEUDADA CON OPCIÓN DE ABANDONAR ( $VL > DN$ )**

	(I)	(II)	(III)
	$A_t > \frac{g \cdot VL}{1+g}$	$A_t = \frac{g \cdot VL}{1+g}$	$A_t < \frac{g \cdot VL}{1+g}$
<b>ACTIVO</b>	$A_t$	$\frac{g \cdot VL}{1+g}$	$A_t$
<b>- DEUDAS</b>	-DN	-DN	-DN
<b>+ OPCIÓN DE ABANDONAR</b>	+OA	$\frac{VL}{1+g}$	$VL - A_t$
<b>VALOR ACCIONES</b>	$A_t - DN + OA$	$VL - DN$	$VL - DN$

Si  $A_t > A^{**}$ , situación donde la empresa sigue una evolución normal, los accionistas continúan asumiendo el pago de los intereses de la deuda, mantienen la propiedad del activo y la opción de abandonar.

Si  $A_t = A^{**}$ , los accionistas ejercitan la opción de abandonar, venden los activos, pagan la deuda y perciben el resto.

La situación III nunca se dará en un contexto eficiente, ya que se habrá ejercitado la opción de abandonar cuando el valor del activo sea máximo (situación II).

En cualquiera de las tres situaciones, se puede comprobar que los acreedores no se ven perjudicados. En la primera de ellas continúan cobrando los intereses de la deuda perpetua, mientras que en la segunda y tercera recuperan el principal.

## (II) VALOR DE LIQUIDACIÓN INFERIOR AL VALOR DE LA DEUDA ( $VL < DN$ ).

En este caso, sí tenemos un endeudamiento con riesgo, ya que, si se produce una situación de quiebra, el importe de la venta del activo es inferior al valor de la deuda nominal. Si el valor de liquidación es inferior a la deuda nominal ( $VL < DN$ ), entonces el valor del activo que induce la declaración de quiebra es superior al valor del activo que induce la liquidación ( $A^* > A^{**}$ ). Se llega antes a la quiebra que al ejercicio de la opción de abandonar. O expresado de otra manera, se declara la quiebra y los acreedores reciben la opción de abandonar junto con el activo.

La posición de los accionistas es la siguiente:

- 1) poseen el activo y la opción de abandonar;
- 2) deben pagar la deuda nominal (que se concreta en el pago de intereses por el carácter perpetuo de la deuda); y
- 3) poseen la opción de responsabilidad limitada.

Se pueden hallar ante una de las tres siguientes situaciones, cuyos resultados se reflejan en los cuadros nº 9 y nº 10:

- (I) Valor real del activo más la opción de abandonar **superior** al valor máximo del activo para que la empresa se declare en quiebra ( $A_t > A^*$ ).
- (II) Valor real del activo más la opción de abandonar **igual** al valor máximo del activo para que la empresa se declare en quiebra ( $A_t = A^*$ ).
- (III) Valor real del activo más la opción de abandonar **inferior** al valor máximo del activo para que la empresa se declare en quiebra ( $A_t < A^*$ ).

**CUADRO N° 9: VALOR DE LAS ACCIONES DE UNA EMPRESA ENDEUDADA CON OPCIÓN DE ABANDONAR.**

	(I) $A_t + OA_t > \frac{g \cdot DN}{1+g}$	(II) $A_t + OA_t = \frac{g \cdot DN}{1+g}$	(III) $A_t + OA_t < \frac{g \cdot DN}{1+g}$
<b>ACTIVO</b>	$A_t + OA_t$	$\frac{g \cdot DN}{1+g}$	$A_t + OA_t$
<b>-DEUDAS</b>	-DN	- DN	- DN
<b>+ORL</b>	+ ORL	$\frac{DN}{1+g}$	$DN - A_t + OA_t$
<b>VALOR ACCIONES</b>	$A_t + OA_t - DN + ORL$	0	0

En la situación primera los accionistas poseen el activo, continúan pagando los intereses de la deuda perpetua y poseen la opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar.

En esta segunda situación se declara la quiebra, y el valor de la acción es cero. Los accionistas ejercitan la opción de responsabilidad limitada y los acreedores reciben la opción de abandonar junto con el activo.

La situación tercera carece de sentido en un contexto eficiente.

**CUADRO N° 10: VALOR DE LAS DEUDAS**

	(I) $A_t + OA_t > \frac{g \cdot DN}{1+g}$	(II) $A_t + OA_t = \frac{g \cdot DN}{1+g}$	(III) $A_t + OA_t < \frac{g \cdot DN}{1+g}$
<b>DEUDA</b>	DN	DN	DN
<b>ORL (posición de venta)</b>	- ORL	$\frac{g \cdot DN}{1+g} - DN$	$A_t + OA_t - DN$
<b>VALOR</b>	$DN - ORL$	$\frac{g \cdot DN}{1+g} = A_t + OA_t$	$A_t + OA_t$

En el cuadro n° 10 se refleja el valor que obtienen los acreedores cuando se declara la quiebra,  $A_t = A^*$ . Los accionistas ejercitan la opción de responsabilidad limitada y la opción de abandonar queda absorbida por ésta. Los acreedores reciben el activo y la opción de abandonar que lleva asociada a cambio de las deudas.

#### 6.4 Valor de la opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar

El valor de la opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar, se obtiene aplicando el lema de Ito al nuevo valor del activo, formado ahora por el valor de las inversiones (A) más el valor de la opción de abandonar. El valor de la desviación típica de este activo es:

$$\hat{s} = 1 - \frac{g \cdot s}{1+g} \left( \frac{1+g}{g \cdot s} \right)^{-g} s \quad (28)$$

El valor de la opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar:

$$ORL_A = \frac{DN}{1+\hat{g}} \left[ \frac{(1+\hat{g}) \left[ A + \frac{VL}{1+g} \left( \frac{(1+g)A}{g \cdot VL} \right)^{-g} \right]}{\hat{g} \cdot DN} \right]^{-\hat{g}} \quad (29)$$

donde

$$\hat{g} = \frac{2r}{\hat{s}^2} \quad (30)$$

$$g = \frac{2r}{s^2} \quad (\text{ya recogida en la ecuación (2)})$$

$\sigma$  = desviación típica de la rentabilidad del activo

$\hat{s}$  = desviación típica de la rentabilidad del activo con la opción de abandonar.

Multiplicando y dividiendo por el valor del activo, y normalizando para A = 1, resulta:

$$orla = \frac{d}{1+\hat{g}} \left[ \frac{(1+\hat{g}) \left[ 1 + \frac{v}{1+g} \left( \frac{(1+g)}{g \cdot v} \right)^{-g} \right]}{\hat{g} \cdot d} \right]^{-\hat{g}} \quad (31)$$

El desarrollo completo de esta expresión conduce a la siguiente fórmula:

orla =

$$\text{orla} = \left( \frac{d}{1 + \frac{2r(2r+\sigma^2)^2}{\left( \sigma^3 + 2r\sigma \left( 1 - 4 \frac{r}{\sigma^2} v \left( \frac{2r+\sigma^2}{rv} \right)^{-\frac{2r}{\sigma^2}} \right) \right)^2}} \right) * \left( \frac{\left( 1 + \frac{2r(2r+\sigma^2)^2}{\left( \sigma^3 + 2r\sigma \left( 1 - 4 \frac{r}{\sigma^2} v \left( \frac{2r+\sigma^2}{rv} \right)^{-\frac{2r}{\sigma^2}} \right) \right)^2} \right) * \left( 1 + \frac{4 \frac{r}{\sigma^2} \sigma^2 \left( \frac{2r+\sigma^2}{rv} \right)^{-1-\frac{2r}{\sigma^2}}}{r} \right)}{\frac{2r(2r+\sigma^2)^2}{\left( \sigma^3 + 2r\sigma \left( 1 - 4 \frac{r}{\sigma^2} v \left( \frac{2r+\sigma^2}{rv} \right)^{-\frac{2r}{\sigma^2}} \right) \right)^2} * d} \right)^{-\frac{2r(2r+\sigma^2)^2}{\left( \sigma^3 + 2r\sigma \left( 1 - 4 \frac{r}{\sigma^2} v \left( \frac{2r+\sigma^2}{rv} \right)^{-\frac{2r}{\sigma^2}} \right) \right)^2}} \right) \quad (32)$$

## 6.5 Comportamiento de la función de la opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar

Las derivadas de la opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar, al igual que las derivadas de la opción de responsabilidad limitada, presentan los signos habituales de las derivadas de las opciones de venta:

- Signo negativo de la derivada respecto al activo subyacente.
- Signo positivo de la derivada respecto a la volatilidad.
- Signo negativo de la derivada respecto a la tasa de interés.
- Signo positivo de la derivada respecto al precio de ejercicio, en este caso la cifra de endeudamiento. Cuando operamos con la relación de endeudamiento (cociente entre la cifra de endeudamiento y el valor del activo subyacente), la derivada respecto a este cociente presenta signo negativo.

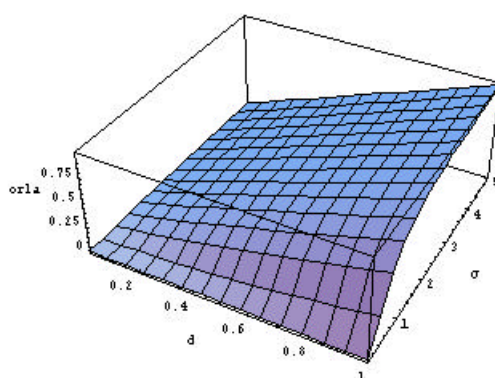
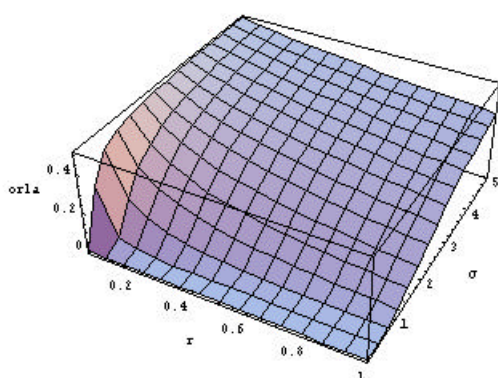
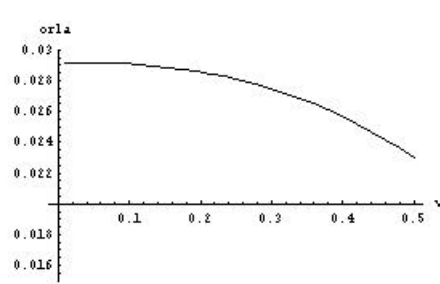
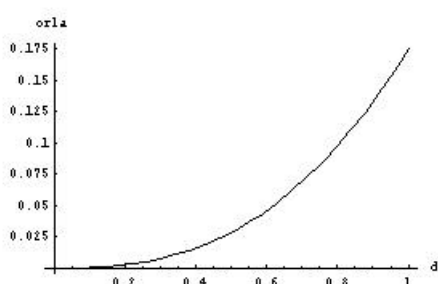
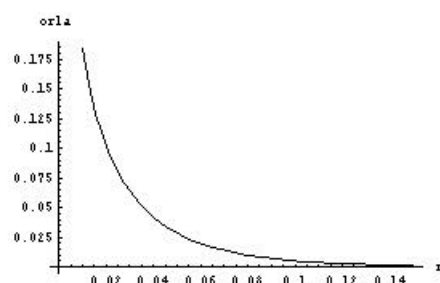
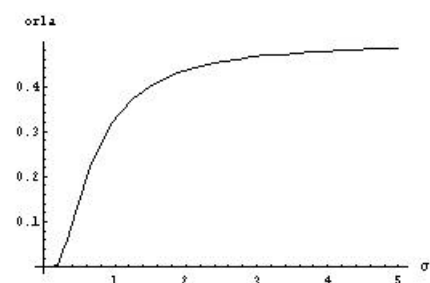
Además, en el caso de la opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar, tenemos una derivada de signo negativo con respecto a la relación entre el valor de liquidación de la empresa y el valor del activo.

Los signos de estas derivadas quedan reflejados en los gráficos que se presentan a continuación, para cuya construcción se han parametrizado las variables de la opción de



responsabilidad limitada con opción de abandonar, cuando no actúan como variable independiente, dándoles los siguientes valores:

$$\sigma = 0,25 ; r = 0,05; d = 0,5; v = 0,20.$$



## 6.6 El coste del endeudamiento cuando existe opción de responsabilidad limitada y opción de abandonar.

Cuando existe opción de responsabilidad limitada y opción de abandonar, el coste del endeudamiento queda afectado de la siguiente forma:

(I) Valor de liquidación **superior** al valor de las deudas (**VL>DN**).

Se trata de un endeudamiento sin riesgo y, como consecuencia, el coste es igual al tipo de interés libre de riesgo.

$$k = r \quad (33)$$

(II) Valor de liquidación **inferior** al valor de las deudas (**VL<DN**).

Por las razones indicadas en el apartado 4.1 la expresión del coste del endeudamiento es:

$$k \cdot (DN - ORL \text{ con } OA) = r \cdot DN \quad (34)$$

donde hay, ahora, que tener en cuenta que la opción de responsabilidad limitada engloba la opción de abandonar.

Por tanto:

$$k = r \frac{DN}{(DN - ORL \text{ con } OA)} \quad (35)$$

y

$$k = r \frac{1}{1 - \frac{ORL \text{ con } OA}{DN}} \quad (36)$$

Sustituyendo ORL por su valor y  $\gamma$  :

$$k = \frac{r * d}{1 - \left[ \frac{d}{1 + \frac{2\pi(2\pi + \sigma^2)^2}{\left( \sigma^3 + 2\pi\sigma \left( 1 - 4\frac{\pi}{\sigma^2} \nu \left( \frac{2\pi + \sigma^2}{\pi\nu} \right) - \frac{2\pi}{\sigma^2} \right) \right)^2}} \right]} * \left[ \frac{1 + \frac{2\pi(2\pi + \sigma^2)^2}{\left( \sigma^3 + 2\pi\sigma \left( 1 - 4\frac{\pi}{\sigma^2} \nu \left( \frac{2\pi + \sigma^2}{\pi\nu} \right) - \frac{2\pi}{\sigma^2} \right) \right)^2}}}{\frac{2\pi(2\pi + \sigma^2)^2}{\left( \sigma^3 + 2\pi\sigma \left( 1 - 4\frac{\pi}{\sigma^2} \nu \left( \frac{2\pi + \sigma^2}{\pi\nu} \right) - \frac{2\pi}{\sigma^2} \right) \right)^2}} + d} \right] - \frac{2\pi(2\pi + \sigma^2)^2}{\left( \sigma^3 + 2\pi\sigma \left( 1 - 4\frac{\pi}{\sigma^2} \nu \left( \frac{2\pi + \sigma^2}{\pi\nu} \right) - \frac{2\pi}{\sigma^2} \right) \right)^2}} \right] \quad (37)$$

## 6.7 Comportamiento de la función del coste de la financiación ajena.

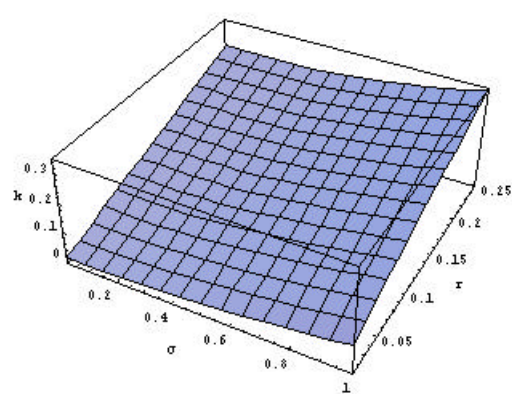
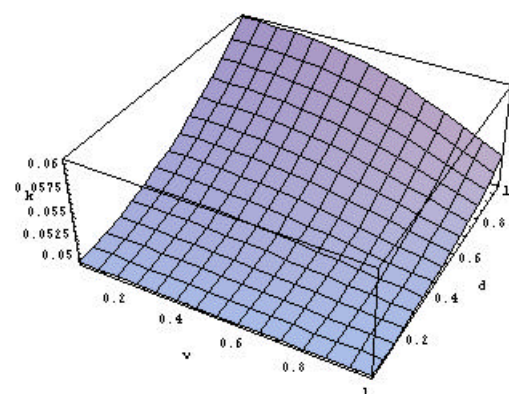
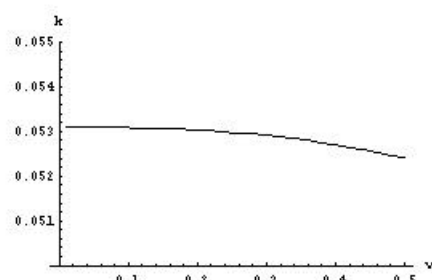
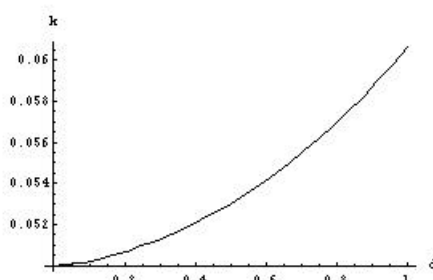
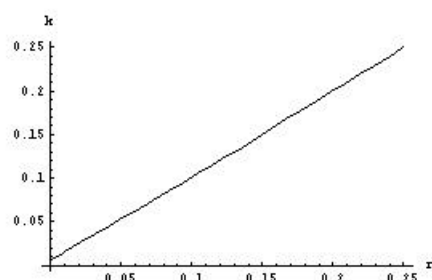
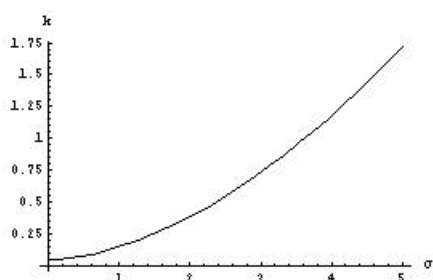
Las derivadas de la función del coste de la financiación ajena cuando existe opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar en relación a las variables que determinan el valor de la opción, incluyendo el activo subyacente (activo de la empresa), la volatilidad y la cifra de endeudamiento, presentan idéntico signo al de las correspondientes derivadas de la opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar, lo cual no resulta nada sorprendente teniendo en cuenta el signo positivo de la derivada de la función del coste de la financiación ajena en relación a la opción de responsabilidad limitada. Tenemos, pues, los siguientes signos de las derivadas:

- Signo negativo de la derivada respecto al activo subyacente.
- Signo positivo de la derivada respecto a la volatilidad.
- Signo positivo de la derivada respecto al precio de ejercicio, en este caso la cifra de endeudamiento. Cuando operamos con la relación de endeudamiento (cociente entre la cifra de endeudamiento y el valor del activo subyacente), la derivada respecto a este cociente presenta signo negativo.
- Por el contrario, la derivada del coste de la financiación con respecto a la tasa de interés presenta, como era lógico esperar, signo positivo, pues su efecto como coste directo domina sobre su efecto en la opción de responsabilidad limitada.

Además, en el caso de la opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar, tenemos una derivada de signo negativo con respecto a la relación entre el valor de liquidación de la empresa y el valor del activo.

Los signos de estas derivadas quedan reflejados en los gráficos que se presentan a continuación, para cuya construcción se han parametrizado las variables de la opción de responsabilidad limitada con opción de abandonar, cuando no actúan como variable independiente, dándoles los siguientes valores:

$$\sigma = 0,25 ; r = 0,05; d = 0,5; v = 0,20.$$



## 7. OTRAS EXTENSIONES DEL TRABAJO

El modelo presentado en este documento puede tomarse como base para un análisis del coste de capital que integre el riesgo, la tasa de interés y la opción de abandonar en un marco en el que estos parámetros no son constantes por una parte y, por otra, el horizonte de la financiación empresarial es finito.

El modelo aquí presentado, como se ha visto, es de parámetros constantes, lo cual limita su operatividad más allá de un contexto financiero estático. Sin embargo, el horizonte perpetuo es en sí mismo una limitación de orden menor, pues aunque las empresas no gozan de proyectos concretos de financiación ajena a un horizonte perpetuo, el conjunto de la financiación ajena a lo largo de la vida de la empresa puede considerarse permanente pues unos proyectos de financiación sustituyen a otros. Basándonos en estas premisas, procedemos a adaptar el modelo a una realidad cambiante mediante las dos extensiones que a continuación se exponen.

En primer lugar, presentamos una primera extensión del modelo en el que, manteniéndose el horizonte perpetuo, los parámetros que determinan el coste del endeudamiento pasan a ser variables, de modo que el coste de capital varía en cada período en función de los valores de las variables que lo determinan. Conseguimos así determinar el que podemos llamar coste básico conjunto de la financiación ajena que, sin estar referido a una fuente de financiación específica, determina la que debería ser la rentabilidad exigida por el conjunto de ellas teniendo en cuenta el horizonte ilimitado de la vida de la empresa.

En consecuencia, se propone un modelo de coste variable del endeudamiento que incorpora tanto las variaciones del interés libre de riesgo como las variaciones del valor de la opción de responsabilidad limitada. Como paso previo a la elaboración de esta extensión del modelo, demostramos bajo la hipótesis de que no existen oportunidades de arbitraje, la condición de equivalencia entre la renta que genera el modelo de coste fijo y la renta que genera el modelo de coste variable. A continuación, presentamos el modelo de coste variable en dos versiones:

- modelo de coste variable puro, en el que se trata la variabilidad del tipo de interés como *swaps* sobre tipos de interés y la variabilidad de la opción de responsabilidad limitada como la diferencia de la opción de responsabilidad limitada del período y la opción de responsabilidad limitada del período anterior. Este modelo presenta grandes variaciones en el coste de la financiación, que pueden no obstante suavizarse mediante la segunda versión del modelo.
- Modelo de coste variable atenuado, en el que se sigue tratando la variabilidad del tipo de interés como *swaps* sobre tipos de interés pero la variabilidad de la opción

de responsabilidad limitada se trata como contratos *forward* sobre el valor de la opción de responsabilidad limitada.

El propósito de la segunda extensión consiste en elaborar un modelo que permita determinar la rentabilidad exigida por la financiación ajena en un horizonte finito. El modelo de horizonte finito parte del anterior, es decir, del modelo de horizonte perpetuo e introduce las limitaciones del horizonte mediante la aplicación de opciones de barrera.

## 8.CONCLUSIONES

Las conclusiones a las que se llega en este trabajo las podemos sintetizar en los siguientes puntos:

1. El modelo monoperiódico de Black y Scholes que interpreta las acciones de una empresa endeudada como una opción de compra europea sobre su activo con un precio de ejercicio igual al pago prometido a los acreedores y que, además, permite calcular el valor de la opción de responsabilidad limitada y su efecto sobre el coste del endeudamiento igualmente en un horizonte monoperiódico puede ampliarse para superar las limitaciones propias de este horizonte monoperiódico.
2. La ampliación que hemos propuesto del modelo de Black y Scholes a un horizonte perpetuo nos permite afirmar que:
  - (a) La opción de responsabilidad limitada de los accionistas se puede considerar una opción de venta americana de horizonte perpetuo sobre el activo de la empresa con un precio de ejercicio igual al pago prometido a los acreedores.
  - (b) Las acciones de una empresa endeudada se pueden interpretar como una opción de compra europea perpetua sobre el activo con una barrera inferior de salida, igual al valor máximo del activo en el que se declara la quiebra y una compensación igual al valor de la deuda.
3. A partir de las opciones anteriores hemos deducido una expresión que permite calcular el coste de la financiación ajena con incorporación explícita del coste de la limitación de responsabilidad.
4. El modelo monoperiódico sitúa la quiebra de la empresa en un valor del activo superior al del modelo perpetuo. La diferencia es exactamente el valor de la opción de responsabilidad limitada en ese momento.
5. La incidencia del valor de liquidación del activo en la opción de responsabilidad limitada y, por ende, en el coste del endeudamiento se introduce por medio de la opción de abandonar.

6. La opción de abandonar forma parte de la opción de responsabilidad limitada, es decir, el derecho de responsabilidad limitada de los accionistas consiste en una opción de venta americana de horizonte perpetuo con un activo subyacente formado por la suma del activo de la empresa y la opción de abandonar, pues ambos pasan a ser propiedad de los acreedores si los accionistas ejercitan su derecho de responsabilidad limitada. El precio de ejercicio continúa siendo igual al pago prometido a los acreedores.

## **BIBLIOGRAFÍA**

Ammann, M. (1999): *Pricing Derivate Credit Risk*, Lecture notes in economics and mathematical systems, vol.470, Springer, Berlin.

Black, F.; Scholes, M. (1973): "The pricing of options and corporate liabilities", *Journal of Political Economy*, 81, págs. 637-654.

Brealey, R.; Myers, S. (1996): *Principles of Corporate Finance*, 5ª edición., McGraw Hill, Nueva York.

Hull, J.C. (1997): *Options, Futures, and Other Derivates*, 3ª edición., Prentice Hall International, Inc.Upper Saddle River, New Jersey.

Hull, J.C.; White, A. (1995): "The impact of default risk on the prices of options and other derivative securities", *Journal of Banking and Finance*, 19, 2, mayo, págs. 299-322.

Lintner, J. (1965): "The valuation of risk assets and the selection of risky investments in stock portfolios and capital budgets", *Review of Economics and Statistics*, 47 (1), febrero, págs.13-37.

Merton, R.C. (1973): "Theory of rational option prining", *Bell Journal of Economics and Management Science*, 4, primavera, págs. 141-183. Reproducido en R.C. Merton (1990), págs.255-308.

Merton, R.C.(1990): *Continuous-Time Finance*, 1ª edición revisada, Basil Blackwell, Oxford.

Mossin, J.(1966): “Equilibrium in a capital asset market”, *Econometrica*, 34 (4), Octubre, págs. 768-783.

Nelken, I.(1996): *The Handbook of Exotic Options*, Irwin, Chicago, Illinois.

Rich, D.C. (1994): “The mathematical foundations of barrier options-pricing theory”, *Advances in Futures and Options Research*, volumen 7, págs. 267-311.

Ross, Stephen A.(1976): “The arbitrage theory of capital asset pricing”, *Journal of Economic Theory*, 13, diciembre, págs. 341-360.

Rubinstein, M.; Reiner, E. (1991): “Breaking down the barriers”, *Risk*, septiembre.

Sharpe, W.(1964): “Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk”, *Journal of Finance*, 19 (3), septiembre, págs. 425-442.

Zhang, P.G.(1997): *Exotic Options*, World Scientific Publishing Co, Londres.



## Issues:

- 95/1 *Productividad del trabajo, eficiencia e hipótesis de convergencia en la industria textil-confección europea*  
Jordi López Sintas
- 95/2 *El tamaño de la empresa y la remuneración de los máximos directivos*  
Pedro Ortín Ángel
- 95/3 *Multiple-Sourcing and Specific Investments*  
Miguel A. García-Cestona
- 96/1 *La estructura interna de puestos y salarios en la jerarquía empresarial*  
Pedro Ortín Ángel
- 96/2 *Efficient Privatization Under Incomplete Contracts*  
Miguel A. García-Cestona  
Vicente Salas-Fumás
- 96/3 *Institutional Imprinting, Global Cultural Models, and Patterns of Organizational Learning: Evidence from Firms in the Middle-Range Countries*  
Mauro F. Guillén (The Wharton School, University of Pennsylvania)
- 96/4 *The relationship between firm size and innovation activity: a double decision approach*  
Ester Martínez-Ros (Universitat Autònoma de Barcelona)  
José M. Labeaga (UNED & Universitat Pompeu Fabra)
- 96/5 *An Approach to Asset-Liability Risk Control Through Asset-Liability Securities*  
Joan Montllor i Serrats  
María-Antonia Tarrazón Rodón
- 97/1 *Protección de los administradores ante el mercado de capitales: evidencia empírica en España*  
Rafael Crespi i Cladera
- 97/2 *Determinants of Ownership Structure: A Panel Data Approach to the Spanish Case*  
Rafael Crespi i Cladera
- 97/3 *The Spanish Law of Suspension of Payments: An Economic Analysis From Empirical Evidence*  
Esteban van Hemmen Almazor
- 98/1 *Board Turnover and Firm Performance in Spanish Companies*  
Carles Gispert i Pellicer
- 98/2 *Libre competencia frente a regulación en la distribución de medicamentos: teoría y evidencia empírica para el caso español*  
Eva Jansson
- 98/3 *Firm's Current Performance and Innovative Behavior Are the Main Determinants of Salaries in Small-Medium Enterprises*  
Jordi López Sintas y Ester Martínez Ros
- 98/4 *On The Determinants of Export Internalization: An Empirical Comparison Between Catalan and Spanish (Non-Catalan) Exporting Firms*  
Alex Rialp i Criado

- 98/5 *Modelo de previsión y análisis del equilibrio financiero en la empresa*  
Antonio Amorós Mestres
- 99/1 *Avaluació dinàmica de la productivitat dels hospitals i la seva descomposició en canvi tecnològic i canvi en eficiència tècnica*  
Magda Solà
- 99/2 *Block Transfers: Implications for the Governance of Spanish Corporations*  
Rafael Crespi, and Carles Gispert
- 99/3 *The Asymmetry of IBEX-35 Returns With TAR Models*  
M<sup>a</sup> Dolores Márquez, and César Villazón
- 99/4 *Sources and Implications of Asymmetric Competition: An Empirical Study*  
Pilar López Belbeze
- 99/5 *El aprendizaje en los acuerdos de colaboración interempresarial*  
Josep Rialp i Criado
- 00/1 *The Cost of Ownership in the Governance of Interfirm Collaborations*  
Josep Rialp i Criado, i Vicente Salas Fumás
- 00/2 *Reasignación de recursos y resolución de contratos en el sistema concursal español*  
Stefan van Hemmen Alamazor
- 00/3 *A Dynamic Analysis of Intrafirm Diffusion: The ATMs*  
Lucio Fuentelsaz, Jaime Gómez, Yolanda Polo
- 00/4 *La Elección de los Socios: Razones para Cooperar con Centros de Investigación y con Proveedores y Clientes*  
Cristina Bayona, Teresa García, Emilio Huerta
- 00/5 *Inefficient Banks or Inefficient Assets?*  
Emili Tortosa-Ausina
- 01/1 *Collaboration Strategies and Technological Innovation: A Contractual Perspective of the Relationship Between Firms and Technological Centers*  
Alex Rial, Josep Rialp, Lluís Santamaria
- 01/2 *Modelo para la Identificación de Grupos Estratégicos Basado en el Análisis Envolvente de Datos: Aplicación al Sector Bancario Español*  
Diego Prior, Jordi Surroca.
- 01/3 *Seniority-Based Pay: Is It Used As a Motivation Device?*  
Alberto Bayo-Moriones.
- 01/4 *Calidad de Servicio en la Enseñanza Universitaria: Desarrollo y Validación de una Escala de Medida.*  
Joan-Lluís Capelleras, José M<sup>a</sup> Veciana.
- 01/5 *Enfoque Estructural vs Recursos y Capacidades: Un Estudio Empírico de los Factores Clave de Éxito de las Agencias de Viajes en España.*  
Fabiola López-Marín, José M<sup>a</sup> Veciana.
- 01/6 *Opción de Responsabilidad Limitada y Opción de Abandonar: Una Integración para el Análisis del Coste de Capital.*  
Neus Orgaz.